

Magistério de Matemática

Parte I

Município de Cantagalo 2010



Banca CEPERJ

Cantagalo 2010

31. As dimensões de um paralelepípedo retângulo estão em P.A de razão igual a 1. Sabe-se que a diagonal desse paralelepípedo é $\sqrt{14}$ cm. A média aritmética entre as dimensões desse paralelepípedo é:

- a) 2
- b) 3
- c) 7
- d) 10
- e) 14

$$(a, b, c) \Rightarrow (b-1, b, b+1)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{(b-1)^2 + b^2 + (b+1)^2} \Rightarrow 14 = (b-1)^2 + b^2 + (b+1)^2 \Rightarrow 14 = b^2 - 2b + 1 + b^2 + b^2 + 2b + 1$$

$$3b^2 = 12 \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow (1, 2, 3) \Rightarrow \text{Média} = \frac{1+2+3}{3} = 2$$

Cantagalo 2010

32. Sabendo – se que $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$, o valor de $x^3 + \frac{1}{x^3}$ será

- a) $x+3$
- b) $2\sqrt{5}$
- c) 6
- d) 3
- e) 0

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 - \cancel{x} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} + \frac{1}{x^2}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1\right) \Rightarrow \sqrt{3} \cdot (1 - 1) = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot \cancel{x} \cdot \frac{1}{\cancel{x}} + \frac{1}{x^2} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$$

Cantagalo 2010

33. Em um período em que os preços subiram 5,2% e os salários de certa categoria aumentaram apenas 3% para que os salários recuperem o poder de compra, eles devem ser aumentados em:

- a) 2,135%
- b) 4,6%
- c) 2,2%
- d) 3,15%
- e) 3%

$$\text{Preço} = p \quad \rightarrow \quad 1,052p$$

$$\text{Salário} = x \quad \rightarrow \quad 1,03x$$

$$1,03x \cdot q = 1,052p \quad \rightarrow \quad q = \frac{1,052p}{1,03x} \quad \rightarrow \quad q = 1,02135$$

$$1,02135 - 1 = 0,02135 = 2,135\%$$

Cantagalo 2010

34. Sabendo – se que $a + b = 2$ e $ab = \frac{1}{2}$, $a^3 + b^3$ vale

- a) 5
- b) $\frac{5}{2}$
- c) $\frac{2}{5}$
- d) 3
- e) $\frac{1}{2}$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \Rightarrow 2 \cdot \left(a^2 + b^2 - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow 2 \cdot \left(3 - \frac{1}{2} \right) = \cancel{2} \cdot \frac{5}{2} = 5$$

$$(a + b)^2 = 2^2 \Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 = 4 \Rightarrow a^2 + \cancel{2} \cdot \frac{1}{2} + b^2 = 4 \Rightarrow a^2 + b^2 = 3$$

Cantagalo 2010

35. Se, à metade dos dias decorridos desde o início de um ano de 365 dias, acrescentamos a terça parte dos dias que ainda faltam para o término do ano, obteremos o número de dias passados. A data considerada foi

- a) 28 de abril
- b) 22 de maio
- c) 14 de maio
- d) 26 de maio
- e) 12 de abril

Dias decorridos = x

$$\frac{x}{2} + \frac{365 - x}{3} = x \quad \Rightarrow \quad 3x + 730 - 2x = 6x \quad \Rightarrow \quad 5x = 730 \quad \Rightarrow \quad x = 146$$

Janeiro = 31 dias

fevereiro = 28

março = 31

abril = 30 dias

maio = 31 dias

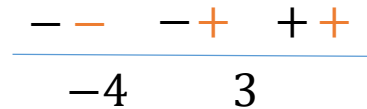
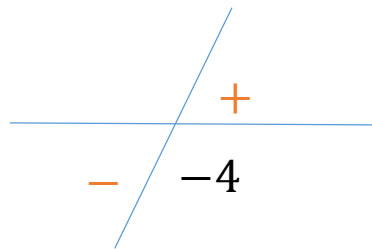
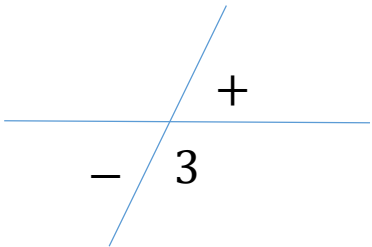
$$31 + 28 + 31 + 30 = 120 \text{ dias} \quad + 26 \text{ dias} = 26 \text{ de maio}$$

Cantagalo 2010

36. O menor valor inteiro que satisfaz a inequação $\frac{2x + 1}{x + 4} < 1$ é:

- a) 1
- b) 0
- c) -3
- d) -5
- e) -4

$$\frac{2x + 1}{x + 4} - 1 < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2x + 1 - x - 4}{x + 4} < 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{x - 3}{x + 4} < 0$$



$$-4 < x < 3$$

Logo, o menor será -3.

Cantagalo 2010

37. Um professor propôs, para cada uma de suas turmas, uma prova de sete questões, das quais cada aluno deveria escolher exatamente cinco questões para responder. Sabe-se que não houve duas escolhas das mesmas 5 questões entre todos os alunos da turma. O número máximo de alunos que essa poderia possuir é:

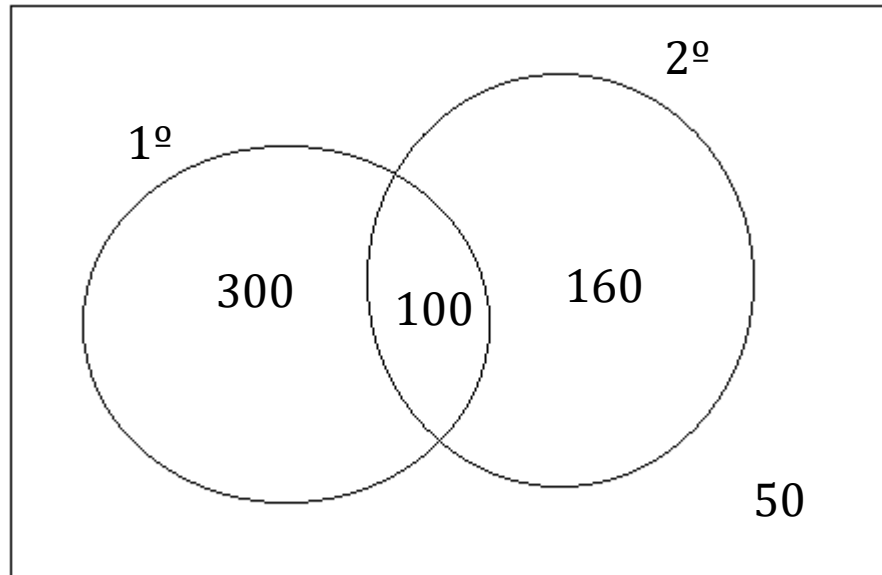
- a) 12
- b) 16
- c) 27
- d) 31
- e) 21

$$C_{7,5} = \frac{7!}{5! 2!} = \frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot \cancel{5}!}{\cancel{5}! \cdot 2 \cdot 1} = 21$$

Cantagalo 2010

38. Uma prova era constituída de dois problemas. Sabe-se que 300 alunos acertaram apenas o primeiro problema, 260 acertaram o segundo, 100 alunos acertaram os dois e 210 erraram o primeiro. O total de alunos que fizeram a prova foi de:

- a) 570
- b) 610
- c) 460
- d) 1563
- e) 760



$$\text{Total de alunos} = 400 + 160 + 50 = 610$$

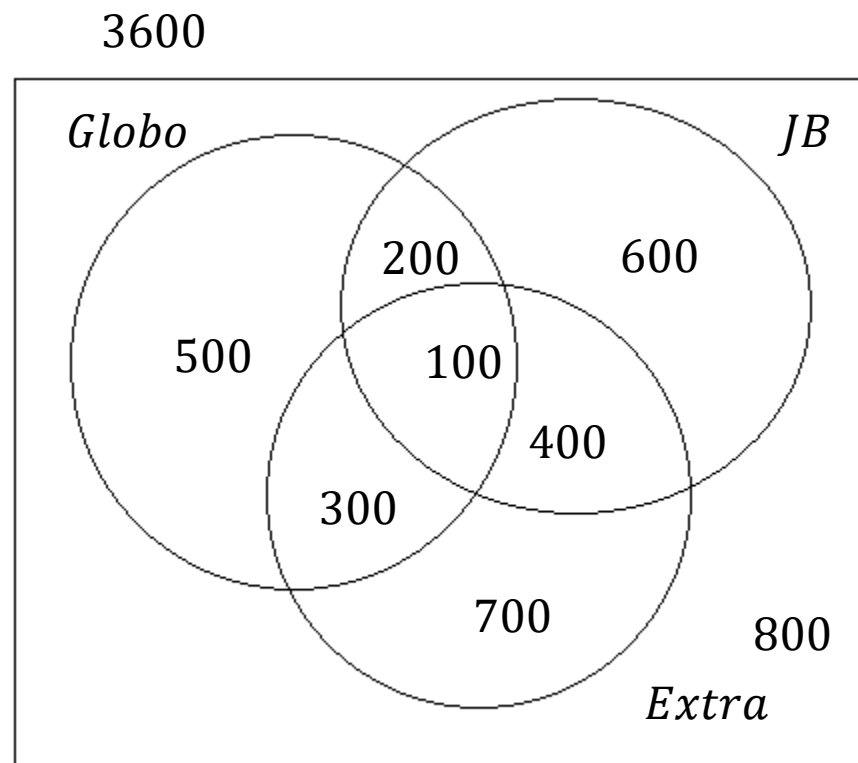
Cantagalo 2010

39. Em uma pesquisa entre 3600 pessoas sobre os jornais que costumam ler, obteve-se o seguinte resultado.

- 1100 leem “O Globo”
- 1300 leem “O JB”
- 1500 leem “O Extra”
- 300 leem “O Globo” e “JB”
- 500 o “Extra” e “JB”
- 400 leem “O Globo” e “O Extra”
- 100 leem os três

Com base nessas informações, é correto afirmar que:

- a) 600 pessoas leem apenas “O Globo”
- b) 500 pessoa leem apenas “O JB”
- c) 900 pessoa não leem nenhum dos três jornais.
- d) 400 pessoa leem apenas “ O Extra” e o “JB”.
- e) 1200 pessoas leem mais de um dos três jornais.



Cantagalo 2010

40. Simplificando – se a expressão $\frac{3^{n-1} + 3^{n-2} + 3^{n-3}}{3^{n+2} + 3^{n+1} + 3^n}$ onde n pertence ao conjunto de números inteiros obtém – se o seguinte resultado:

- a) $1/3$
- b) $1/27$
- c) 3
- d) 27
- e) $1/9$

$$\frac{3^{-1} + 3^{-2} + 3^{-3}}{3^2 + 3^1 + 1} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}}{13} = \frac{\frac{9 + 3 + 1}{27}}{13} = \frac{\frac{13}{27}}{13} = \frac{\cancel{13}}{27} \cdot \frac{.1}{\cancel{13}} = \frac{1}{27}$$

Cantagalo 2010

41. A função polinomial do 1º grau $f(x)$ tal que $f(0) = 4$ e $f(2) = 0$ é:

- a) $2 + 2x$
- b) $4 + 2x$
- c) $-2x + 4$
- d) $-x - 2$
- e) $-4x + 2$

$$y = ax + b$$

$$4 = b \Rightarrow y = ax + 4 \Rightarrow 2a + 4 = 0 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow f(x) = -2x + 4$$

Cantagalo 2010

42. A equação da reta que passa pelo ponto $(-1,-2)$ e forma um ângulo de 45° com o semieixo positivo das abscissas é:

a) $y = x - 2$

b) $y = x - 1$

c) $y = 2x + 1$

d) $y = -x - 1$

e) $y = x + \frac{1}{2}$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y - (-2) = 1 \cdot (x - (-1))$$

$$y + 2 = x + 1$$

$$y = x - 1$$

Cantagalo 2010

43. Um trabalhador gasta com o aluguel de sua casa 25% do seu salário. Se o salário é corrigido com um aumento de 25% e o aluguel com um aumento de 35%, então o novo aluguel passará a consumir a seguinte porcentagem do novo salário do trabalhador:

- a) 25%
- b) 35%
- c) 27%
- d) 37%
- e) 50%

$$\text{Salário} = x \quad \rightarrow \quad 1,25x$$

$$\text{aluguel} = \frac{25x}{100} \quad \rightarrow \quad \frac{25x}{100} \cdot 1,35 = \frac{x}{4} \cdot \frac{135}{20} = \frac{27x}{80}$$

$$\frac{\frac{27x}{80}}{\frac{125x}{100}} \quad \rightarrow \quad \frac{27x}{80} \cdot \frac{100}{125x} = \frac{270}{1000} = \frac{27}{100}$$

Cantagalo 2010

44. Para que 500 gramas de uma substância radioativa se desintegre a uma taxa de 3% ao ano, se reduzindo a 100 gramas, serão necessários aproximadamente

Use: $\log 2 = 0,30103, \log 5 = 0,69, \log 97 = 1,98677$

- a) 50,9 anos
- b) 54,2 anos
- c) 53,6 anos
- d) 43,6 anos
- e) 56,6 anos

$$f(x) = 500 \cdot 0,97^x \quad \Rightarrow \quad 100 = 500 \cdot 0,97^x \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{5} = 0,97^x \quad \Rightarrow \quad \log_{0,97} \left(\frac{1}{5} \right) = x$$

$$\Rightarrow \frac{\log \left(\frac{1}{5} \right)}{\log 0,97} = x \quad \Rightarrow \quad \frac{\log 1 - \log 5}{\log 97 - \log 100} = x \quad \Rightarrow \quad \frac{-\log 5}{1,98677 - 2} = x$$

$$\Rightarrow \frac{-0,69}{-0,01323} = x \quad \Rightarrow \quad x \cong 52,15$$

Cantagalo 2010

45. a solução do sistema da equação seguinte $\begin{cases} \log_{10} x - \log_{10} y = \log_{10} 2, \\ 4^{x-y} = 16 \end{cases}$, é:

- a) $S=\{4,2\}$
- b) $S=\{2,4\}$
- c) $S=\{1,2\}$
- d) $S=\{2,1\}$

$$\log \frac{x}{y} = \log 2 \Rightarrow \frac{x}{y} = 2 \Rightarrow x = 2y \Rightarrow x = 4$$

$$4^{2y-y} = 4^2 \Rightarrow 4^y = 4^2 \Rightarrow y = 2$$

Cantagalo 2010

46. Dois lados de um triângulo medem 3 cm e $2\sqrt{2}$ cm e formam um ângulo de 15° . O outro lado do triângulo mede:

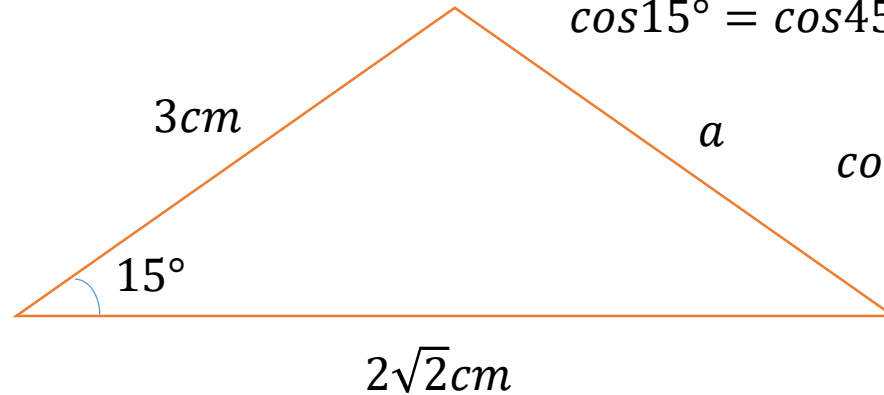
a) $\sqrt{11 - 3\sqrt{3}}$ cm

b) $\sqrt{11 - 6\sqrt{3}}$ cm

c) $\sqrt{11 - \sqrt{3}}$ cm

d) $\sqrt{11 + 6\sqrt{3}}$ cm

e) $\sqrt{11 - 3\sqrt{6}}$ cm



$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ) \Rightarrow \cos 15^\circ = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos 15^\circ = \cos 45^\circ \cdot \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \cdot \sin 30^\circ \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \right) \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{2} \right)$$

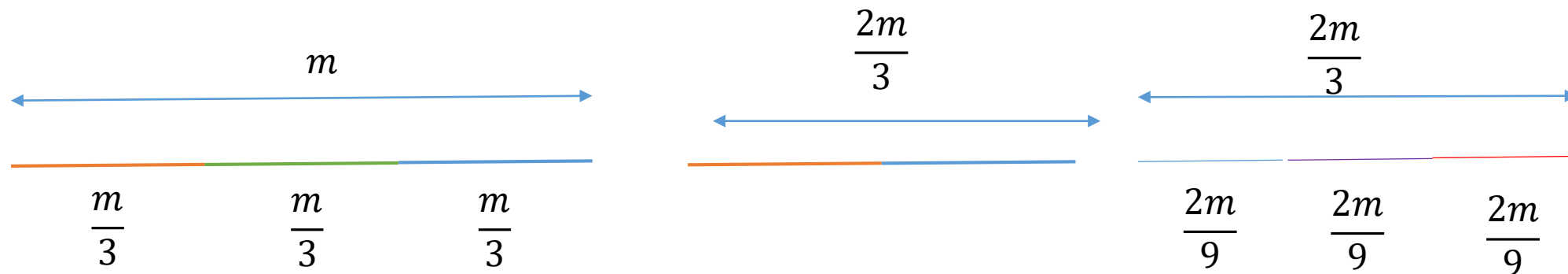
$$a^2 = 3^2 + (2\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{2} \cdot \cos a \Rightarrow a^2 = 9 + 8 - 12\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{2} \right) \Rightarrow a^2 = 17 - 12 \cdot \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{2} \right)$$

$$\Rightarrow a^2 = 17 - 6\sqrt{3} - 6 \Rightarrow a^2 = 11 - 6\sqrt{3} \Rightarrow a = \sqrt{11 - 6\sqrt{3}}$$

Cantagalo 2010

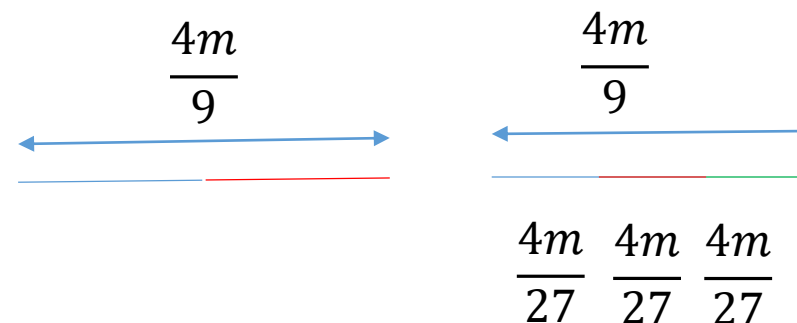
47. *Divide – se um segmento de comprimento m em 3 partes iguais e retira – se a parte central. Para cada um dos segmentos restantes repete – se o processo, retirando – se as partes centrais, e assim sucessivamente. A soma dos comprimentos retirados vale:*

- a) $m+3$
- b) 3
- c) $M-3$
- d) 100
- e) 5



$$q = \frac{\frac{m}{3}}{\frac{m}{3} + \frac{2m}{9}} = \frac{2m}{9} \cdot \frac{3}{m} = \frac{2}{3}$$

$$S_n = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{\frac{m}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{m}{3}}{\frac{1}{3}} = m$$



Cantagalo 2010

48. Se x e y são positivos e se $x, xy, 3x$ estão nessa ordem, em P.G, então o valor de y é:

a) $\sqrt{2}$

b) 2

c) $\sqrt{3}$

d) 3

e) 9

$$(x, xy, 3x) \Rightarrow xy = \sqrt{3x \cdot x} \Rightarrow \cancel{xy} = \cancel{x}\sqrt{3} \Rightarrow y = \sqrt{3}$$

Cantagalo 2010

49. Resolvendo em $\mathbb{R}$ a inequação $0,5^{4x+3} \leq 0,25^{x+5}$ obtém-se como solução o conjunto:

a) $S = \{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{7}{2}\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{3}{2}\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} / x \geq \frac{2}{7}\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} / x \leq \frac{7}{2}\}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} / x \leq \frac{3}{2}\}$

$$\frac{1}{2}^{4x+3} \leq \frac{1}{4}^{x+5} \Rightarrow (2^{-1})^{4x+3} \leq (2^{-2})^{x+5} \Rightarrow -4x - 3 \leq -2x - 10$$

$$\Rightarrow 7 \leq 2x \Rightarrow \frac{7}{2} \leq x$$

Cantagalo 2010

50. Uma bomba de água aspira e expira água a cada três segundos. O volume de água da bomba varia entre o mínimo de 2 litros e um máximo de 4 litros. Dentre as alternativas abaixo, aquela que apresenta a expressão algébrica para o volume (v) de água na bomba, em função do tempo (t) é:

a) $y = 2 + 2\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}t\right)$

$$\text{período} = 3 \Rightarrow \frac{2\pi}{|k|} = 3 \Rightarrow 3k = 2\pi \Rightarrow k = \frac{2\pi}{3}$$

b) $y = 2 + 2\text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$

c) $y = 3 + \text{sen}\left(\frac{\pi}{3}t\right)$

$$-1 < \text{sent} < 1$$

d) $y = 3 + \text{sen}\left(\frac{2\pi}{3}t\right)$

$$y = 3 + 1 \quad y = 3 - 1$$

e) $y = -3 + 2\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}t\right)$

$$\text{máximo} = 4 \quad \text{mínimo} = 2$$